

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΩΝ – ΟΙ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΤΗΣ ΜΑΘΗΤΙΚΗΣ ΕΠΙΔΟΣΗΣ

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό επιχειρούμε να εξάγουμε τις συνιστώσες της μαθητικής επίδοσης, χρησιμοποιώντας παραγοντική ανάλυση των βαθμολογιών των τεσσάρων μαθημάτων Γενικής Αξιολόγησης των υποψηφίων.

6.1 Χρήση της παραγοντικής ανάλυσης

Η παραγοντική ανάλυση (factor analysis) χρησιμοποιείται κυρίως από τους ερευνητές των κοινωνικών επιστημών και της ανθρώπινης συμπεριφοράς, σε προβλήματα όπου σημαντικές μεταβλητές δεν μπορούν να μετρηθούν απευθείας. Παραδείγματα τέτοιων μεταβλητών είναι η εξυπνάδα, η πολιτική τοποθέτηση και η κοινωνικοοικονομική κατάσταση⁸.

Παρόλο που χρησιμοποιούμε τις παραπάνω έννοιες σαν να επρόκειτο για συνηθισμένες μεταβλητές, αυτές είναι διαφορετικές διότι δεν παρατηρούνται. Με την παραγοντική ανάλυση προσπαθούμε να συνδέσουμε τις μη παρατηρούμενες μεταβλητές (παράγοντες ή συνιστώσες), με μεταβλητές που παρατηρούμε και για τις οποίες έχουμε μετρήσεις, επιτυγχάνοντας κατ'αυτόν τον τρόπο και μια ομαδοποίηση των παρατηρούμενων μεταβλητών σε κοινές συνιστώσες.

Η παραγοντική ανάλυση μπορεί να είναι διερευνητική (exploratory) δηλαδή να μας βοηθάει να ανακαλύψουμε και να ταυτοποιήσουμε μη

⁸ Βλ. Bartholomew κ.α. (2002), κεφ.6., Μαγδαληνός (1987), κεφ. 3, Πανάρετος, Ξεκαλάκη (1995), κεφ.7, Σιάρδος (2002), κεφ. 2.

παρατηρούμενους παράγοντες, ή επιβεβαιωτική (confirmatory) όπου ελέγχουμε αν ένα σύνολο μεταβλητών που χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε μη παρατηρούμενους παράγοντες είναι ικανοποιητικό.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούμε τη διερευνητική παραγοντική ανάλυση. Από τις βαθμολογίες των μαθητών προσπαθούμε να εξάγουμε παράγοντες μαθητικής επίδοσης/ικανότητας.

Η παραγοντική ανάλυση έχει εφαρμογή, εκτός των κοινωνιολογικών και ψυχολογικών ερευνών, όπου υπάρχει ανάγκη συμπερασμάτων άμεσης πρακτικής σημασίας λαμβάνοντας υπόψη τον τρόπο δόμησης των διερευνώμενων μεταβλητών.

6.2 Το υπόδειγμα της παραγοντικής ανάλυσης

Η στατιστική τεχνική της παραγοντικής ανάλυσης βασίζεται στην αλληλοσυσχέτιση των μεταβλητών. Με τη χρήση του πίνακα R των συντελεστών συσχέτισης καταλήγουμε στον πίνακα F των παραγόντων. Ο πίνακας R έχει τον ίδιο αριθμό σειρών και στηλών με τον αριθμό των μεταβλητών, ενώ ο πίνακας των παραγόντων F έχει αριθμό σειρών όσες και οι μεταβλητές, αλλά στήλες τόσες όσοι είναι οι παράγοντες. Ο κάθε παράγοντας περιλαμβάνει ομάδα μεταβλητών με κοινά χαρακτηριστικά (συσχετιζόμενες μεταβλητές). Οι παράγοντες είναι διανύσματα $n \times 1$. Οι συντελεστές συσχέτισης των μεταβλητών με τους αντίστοιχους παράγοντες καλούνται επιβαρύνσεις, οι οποίες μπορεί να είναι στατιστικά σημαντικές ή όχι βάσει συγκεκριμένου επιπέδου σημαντικότητας. Υπάρχουν διάφορα κριτήρια ως προς την σημαντικότητα των επιβαρύνσεων, όπως των Child, Philip και Guilford⁹. Συνήθως σημαντικό θεωρείται το παραγοντικό φορτίο που έχει τιμή ίση ή μεγαλύτερη του συν ή πλην 0,30-0,40.

⁹Βλ Σιάρδος (2002) κεφ.2

Για την απόκτηση εκτιμητών των κυρίων παραγόντων υπάρχουν διάφορες μέθοδοι όπως η ανάλυση σε κύριες συνιστώσες, η παραγοντοποίηση σε κύριους άξονες, η άλφα παραγοντοποίηση, η παραγοντοποίηση των απεικονισμένων μεταβλητών, η παραγοντοποίηση των μη σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων, η παραγοντοποίηση των γενικευμένων ελαχίστων τετραγώνων και η μέθοδος της μέγιστης πιθανοφάνειας.

Οι πλέον διαδεδομένες μέθοδοι για την εξαγωγή παραγόντων είναι η ανάλυση σε κύριες συνιστώσες και η μέθοδος μέγιστης πιθανοφάνειας. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούμε την ανάλυση σε κύριες συνιστώσες γιατί, όπως θα γίνει φανερό, έχουμε τη δυνατότητα επιλογής όσο αφορά τον αριθμό των παραγόντων. Αντίθετα, με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας απαιτούνται περισσότερες των τεσσάρων μεταβλητών για να έχουμε περισσότερους του ενός παράγοντα, κι εμείς έχουμε στη διάθεση μας μόνο τέσσερα μαθήματα.

Το γενικό παραγοντικό υπόδειγμα για p μεταβλητές και m παράγοντες έχει ως εξής:

$$F_i = \sum_{j=1}^p W_{ij} X_j = W_{i1} X_1 + W_{i2} X_2 + \dots + W_{ip} X_p, \quad i = 1, \dots, m \quad (6.2.1)$$

όπου:

F_i = οι κοινοί μη παρατηρούμενοι παράγοντες,

W_{ij} = οι συντελεστές των παραγοντικών βαθμών,

p = αριθμός των παρατηρούμενων μεταβλητών που χρησιμοποιούνται,

m = αριθμός των παραγόντων που εξάγονται.

Καθεμιά από τις παρατηρούμενες μεταβλητές μπορεί να αποδοθεί ως γραμμικός συνδυασμός των κοινών παραγόντων ως εξής:

$$X_j = \alpha_{j1} F_1 + \alpha_{j2} F_2 + \dots + \alpha_{jm} F_m + U_j, \quad j = 1, \dots, p \quad (6.2.2)$$

όπου:

F_i = οι κοινοί μη παρατηρούμενοι παράγοντες,

U_j = ο χαρακτηριστικός για την συγκεκριμένη μεταβλητή παράγοντας,

α_{jm} = οι ειδικοί συντελεστές – επιβαρύνσεις των παραγόντων.

Οι χαρακτηριστικοί παράγοντες των μεταβλητών υποτίθεται ότι είναι ασυσχέτιστοι μεταξύ τους αλλά και με τους κοινούς παράγοντες.

6.3 Μέθοδος κύριων συνιστώσων

Η μέθοδος αυτή λαμβάνει υπόψη τη συνολική διακύμανση των μεταβλητών κατά φθίνουσα ακολουθία. Δηλαδή, η πρώτη κύρια συνιστώσα είναι ο γραμμικός συνδυασμός των αρχικών μεταβλητών που εξηγεί στο μέγιστο την ολική διακύμανση τους. Η δεύτερη κύρια συνιστώσα, η οποία είναι ασυσχέτιστη με την πρώτη, εξηγεί στο μέγιστο την υπόλοιπη διακύμανση, κ.τ.λ. Κατά μέγιστο μπορούν να εξαχθούν τόσες κύριες συνιστώσες όσες και οι αρχικές μεταβλητές, και το άθροισμα των διακυμάνσεων τους είναι το άθροισμα των διακυμάνσεων των αρχικών μεταβλητών. Στην πράξη επιλέγονται λιγότερες κύριες συνιστώσες από τις αρχικές μεταβλητές, με κριτήρια που θα εξετάσουμε παρακάτω. Όλες οι μεταβλητές μετρώνται με τυπικές μονάδες έτσι ώστε η διακύμανση των τιμών μιας μεταβλητής να είναι μονάδα.

Το άθροισμα των τετραγώνων των επιβαρύνσεων μιας κύριας συνιστώσας δηλώνει τη συμμετοχή της συνιστώσας στην ολική διακύμανση των μεταβλητών. Η τιμή του αθροίσματος για κάθε κύρια συνιστώσα ονομάζεται χαρακτηριστική τιμή. Το μέγεθος των χαρακτηριστικών τιμών, που εμφανίζονται κατά φθίνουσα σειρά μεγέθους, βοηθούν στην πράξη να αποκλειστούν οι κύριες συνιστώσες που δεν συμμετέχουν σημαντικά στην εξήγηση της ολικής διακύμανσης και να διατηρηθούν αυτές που εξηγούν αθροιστικά το υψηλότερο ποσοστό αυτής.

6.4 Κριτήρια επιλογής κύριων συνιστώσων

- i) Επιλέγουμε τόσες συνιστώσες όσες εξηγούν ένα μεγάλο ποσοστό από τη συνολική διακύμανση, περίπου 70-80%.
- ii) Οι Guttman και Kaiser¹⁰ πρότειναν η επιλογή του αριθμού των συνιστωσών να γίνεται σύμφωνα με το αν οι χαρακτηριστικές τιμές τους είναι ίσες ή μεγαλύτερες της μονάδας. Ο Jolliffe¹¹ πρότεινε να επιλέγονται όσες συνιστώσες έχουν χαρακτηριστικές τιμές μεγαλύτερες ή ίσες με το 0,70.
- iii) Το τρίτο κριτήριο επιλογής, σύμφωνα με τον Cattell¹² συνίσταται στον έλεγχο της ομαλής μεταβολής της κλίσης, σύμφωνα με τον οποίο ο αριθμός των απαιτούμενων κύριων συνιστωσών είναι αυτός μετά τον οποίο υπάρχει τάση ευθυγράμμισης της γραμμής που ενώνει τις τιμές των χαρακτηριστικών τιμών του αρχικού πίνακα των κύριων συνιστωσών.
- iv) Εξαρτάται από το κατά πόσο και ποιες από τις κύριες συνιστώσες-παράγοντες έχουν λογική και χρήσιμη ερμηνεία.

6.5 Έλεγχοι καταλληλότητας εφαρμογής της παραγοντικής ανάλυσης

- Οι συντελεστές συσχέτισης μεταξύ των μεταβλητών θα πρέπει να είναι υψηλοί. Εάν οι συσχετίσεις είναι χαμηλές είναι σχεδόν αδύνατο οι μεταβλητές να μοιράζονται κοινούς παράγοντες. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιείται ο έλεγχος σφαιρικότητας του Bartlett¹³ για τον έλεγχο ότι ο πίνακας συσχετίσεων δεν είναι ταυτοτικός, δηλαδή ότι τα διαγώνια στοιχεία της δεν είναι μονάδες και τα εκτός της διαγωνίου μηδενικά.

¹⁰ βλ Σιάρδος (2002) κεφ.2

¹¹ βλ Bartholomew κ.α. (2002), κεφ.5

¹² βλ Σιάρδος (2002) κεφ.2

¹³ βλ Σιάρδος (2002) κεφ.2

- Οι συντελεστές μερικής συσχέτισης μεταξύ των ζευγών μεταβλητών πρέπει να είναι χαμηλοί. Ο συντελεστής μερικής συσχέτισης μεταξύ δυο μεταβλητών μετρά τη συσχέτιση τους μετά την αφαίρεση της επίδρασης των υπόλοιπων μεταβλητών. Εδώ οι συντελεστές μερικής συσχέτισης είναι εκτιμητές των συσχετίσεων μεταξύ των παραγόντων και αναμένεται να προσεγγίζουν το μηδέν, δεδομένων των προϋποθέσεων της παραγοντικής ανάλυσης ότι οι χαρακτηριστικοί παράγοντες των μεταβλητών είναι ασυσχέτιστοι μεταξύ τους αλλά και με τους κοινούς παράγοντες
- Δείκτης Kaiser-Meyer-Olkin¹⁴(KMO), που συγκρίνει τα μεγέθη των παρατηρούμενων συντελεστών συσχέτισης προς τους συντελεστές μερικής συσχέτισης. Μικρές τιμές του δείκτη δηλώνουν ότι η παραγοντική ανάλυση δεν είναι κατάλληλη τεχνική για τα δεδομένα.

6.6 Στάδια ανάλυσης σε κύριες συνιστώσες

1. Υπολογίζεται ο πίνακας των συντελεστών συσχέτισης R των μεταβλητών και αξιολογείται η καταλληλότητα του υποδείγματος βάσει των προηγουμένων ελέγχων.
2. Δίνεται πίνακας με τις χαρακτηριστικές τιμές αλλά και το ερμηνευόμενο ποσοστό διακύμανσης από την κάθε κύρια συνιστώσα σε φθίνουσα διάταξη, καθώς και το γράφημα που αναπαριστά τις χαρακτηριστικές τιμές. Βάσει αυτών επιλέγεται ο αριθμός των κυρίων συνιστωσών-παραγόντων τα οποία θα εκπροσωπούν τις αρχικές μεταβλητές.
3. Αναπαράγεται ο πίνακας συσχετίσεων των μεταβλητών βάσει των εκτιμώμενων κύριων συνιστωσών. Η διαφορά μεταξύ του εκτιμώμενου και του αρχικού συντελεστή συσχέτισης ονομάζεται κατάλοιπο.

¹⁴ βλ Σιάρδος (2002) κεφ.2

Χαμηλές τιμές των καταλοίπων δηλώνουν την αποτελεσματικότητα του υποδείγματος να αναπαραγάγει τα δεδομένα.

4. Γίνεται η εξαγωγή των κύριων συνιστωσών που είναι ικανοί για την εκπροσώπηση των δεδομένων μας. Ο πίνακας με τον περιορισμένο αριθμό των συνιστωσών ονομάζεται πίνακας κυρίων συνιστωσών. Η κάθε γραμμή αυτού του πίνακα εκφράζει την σχέση της μεταβλητής ως προς τις συνιστώσες. Οι συντελεστές αυτοί καλούνται επιβαρύνσεις και δηλώνουν πόσο κάθε συνιστώσα εξηγεί μια μεταβλητή.
5. Μερικές φορές οι μεταβλητές και οι συνιστώσες-παράγοντες δεν φαίνονται να συσχετίζονται κατά τρόπο εύκολα ερμηνεύσιμο. Σε αυτήν την περίπτωση ακολουθείται η περιστροφή των κυρίων συνιστωσών (δηλ. των ορθογώνιων αξόνων) έτσι ώστε να γίνει ευκολότερη η ερμηνεία τους. Μετά την περιστροφή η καθεμιά από τις μεταβλητές θα έχει μη μηδενικές επιβαρύνσεις σε όσο το δυνατό λιγότερους παράγοντες, ή ακόμη και σε έναν μόνο παράγοντα. Το γεγονός αυτό βοηθάει στην ερμηνεία του παράγοντα.
6. Αν χρειάζεται να προχωρήσουμε σε παραγοντικές αναλύσεις δεύτερου ή υψηλότερου βαθμού, υπολογίζονται οι παραγοντικοί βαθμοί για κάθε περίπτωση και για κάθε κύρια συνιστώσα-παράγοντα.

6.7 Παραγοντική ανάλυση βαθμολογιών των υποψηφίων ανά δέσμη

Το 1993 είχαμε 127.018 υποψήφιους, οι οποίοι ήταν ταξινομημένοι ανά δέσμη. Στην κάθε δέσμη ο υποψήφιος εξεταζόταν πανελλαδικά σε τέσσερα μαθήματα. Τα μαθήματα αυτά θα αποτελέσουν τις μεταβλητές στην παρακάτω ανάλυση μας. Χρησιμοποιώντας την παραγοντική ανάλυση θα επιχειρήσουμε να εξαγάγουμε τους παράγοντες της μαθητικής απόδοσης από τις μεταβλητές-μαθήματα.

Ο πρώτος πίνακας περιλαμβάνει τους αριθμητικούς μέσους όρους και τις τυπικές αποκλίσεις για καθεμιά από τις μεταβλητές-μαθήματα και για κάθε μια από τις τέσσερις δέσμες.

| 1 ^η δέσμη | | | | 2 ^η δέσμη | | | |
|----------------------|---------|-----------------|-------|----------------------|--------|-----------------|-------|
| | Μέσος | Τυπική απόκλιση | N | | Μέσος | Τυπική Απόκλιση | N |
| ΕΚΘΕΣΗ | 94,0716 | 28,60943 | 33976 | ΕΚΘΕΣΗ | 110,29 | 29,766 | 11280 |
| ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | 60,34 | 41,753 | 33976 | ΦΥΣΙΚΗ | 63,34 | 49,556 | 11280 |
| ΦΥΣΙΚΗ | 48,7881 | 40,32379 | 33976 | ΧΗΜΕΙΑ | 91,06 | 52,708 | 11280 |
| ΧΗΜΕΙΑ | 64,8672 | 44,71758 | 33976 | ΒΙΟΛΟΓΙΑ | 104,50 | 46,401 | 11280 |

| 3 ^η δέσμη | | | | 4 ^η δέσμη | | | |
|----------------------|--------|-----------------|-------|----------------------|-------|-----------------|-------|
| | Μέσος | Τυπική Απόκλιση | N | | Μέσος | Τυπική Απόκλιση | N |
| ΕΚΘΕΣΗ | 104,29 | 26,800 | 29350 | ΕΚΘΕΣΗ | 79,49 | 34,132 | 52412 |
| ΑΡΧΑΙΑ | 98,41 | 41,484 | 29350 | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | 53,05 | 48,575 | 52412 |
| ΙΣΤΟΡΙΑ | 116,75 | 49,665 | 29350 | ΙΣΤΟΡΙΑ | 78,55 | 56,979 | 52412 |
| ΛΑΤΙΝΙΚΑ | 122,29 | 45,550 | 29350 | ΚΟΙΝΩΝΙΟΛΟΓΙΑ | 74,70 | 58,129 | 52412 |

Πίνακας 6.6.1 Μέσοι όροι και τυπικές αποκλίσεις βαθμολογιών

Το πρώτο βήμα στην παραγοντική ανάλυση, είναι να βρεθούν οι συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών. Όπως προαναφέρθηκε στην θεωρία περί της παραγοντικής ανάλυσης, αν δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές συσχετίσεις μεταξύ των μεταβλητών, είναι σχεδόν αδύνατο αυτές οι μεταβλητές να μοιράζονται κοινούς παράγοντες. Ο παρακάτω πίνακας των συσχετίσεων ανά δέσμη δίνει αρκετά μεγάλες συσχετίσεις μεταξύ των βαθμολογιών των μαθημάτων/μεταβλητών σε όλες τις δέσμες. Επίσης το παρατηρούμενο επίπεδο σημαντικότητας/p-value για τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης ότι η τιμή του συντελεστή συσχέτισης είναι μηδέν έναντι της εναλλακτικής ότι είναι διάφορη του μηδενός, βρέθηκε σε όλες τις συγκρίσεις ίση με το μηδέν.

Εξ-√CE√ί÷€«∅÷«Ÿ— 1úι äóίτúι

| | | □ΚΘΕΣΗ | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ΦΥΣΙΚ□ | ΧΗΜΕ□Α |
|---------------------------|------------|--------|------------|--------|--------|
| Συντελεστές συσχέτισης | ΈΚΘΕΣΗ | 1,000 | ,479 | ,418 | ,522 |
| | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,479 | 1,000 | ,699 | ,786 |
| | ΦΥΣΙΚΗ | ,418 | ,699 | 1,000 | ,742 |
| | ΧΗΜΕΙΑ | ,522 | ,786 | ,742 | 1,000 |
| ρ-τιμή | ΈΚΘΕΣΗ | | ,000 | ,000 | ,000 |
| | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,000 | | ,000 | ,000 |
| | ΦΥΣΙΚΗ | ,000 | ,000 | | ,000 |
| | ΧΗΜΕΙΑ | ,000 | ,000 | ,000 | |

Εξ-√CE√ί÷€«∅÷«Ÿ— 2úι äóίτúι

| | | ΕΚΘΕΣΗ | ΦΥΣΙΚΗ | ΧΗΜΕΙΑ | ΒΙΟΛΟΓΙΑ |
|---------------------------|----------|--------|--------|--------|----------|
| Συντελεστές συσχέτισης | ΕΚΘΕΣΗ | 1,000 | ,505 | ,610 | ,644 |
| | ΦΥΣΙΚΗ | ,505 | 1,000 | ,787 | ,693 |
| | ΧΗΜΕΙΑ | ,610 | ,787 | 1,000 | ,826 |
| | ΒΙΟΛΟΓΙΑ | ,644 | ,693 | ,826 | 1,000 |
| ρ-τιμή | ΕΚΘΕΣΗ | | ,000 | ,000 | ,000 |
| | ΦΥΣΙΚΗ | ,000 | | ,000 | ,000 |
| | ΧΗΜΕΙΑ | ,000 | ,000 | | ,000 |
| | ΒΙΟΛΟΓΙΑ | ,000 | ,000 | ,000 | |

Εξ-√CE√ί÷€«∅÷«Ÿ— 3úι äóίτúι

| | | ΕΚΘΕΣΗ | ΑΡΧΑΙΑ | ΙΣΤΟΡΙΑ | ΛΑΤΙΝΙΚΑ |
|---------------------------|----------|--------|--------|---------|----------|
| Συντελεστές συσχέτισης | ΕΚΘΕΣΗ | 1,000 | ,614 | ,549 | ,555 |
| | ΑΡΧΑΙΑ | ,614 | 1,000 | ,753 | ,790 |
| | ΙΣΤΟΡΙΑ | ,549 | ,753 | 1,000 | ,753 |
| | ΛΑΤΙΝΙΚΑ | ,555 | ,790 | ,753 | 1,000 |
| ρ-τιμή | ΕΚΘΕΣΗ | | ,000 | ,000 | ,000 |
| | ΑΡΧΑΙΑ | ,000 | | ,000 | ,000 |
| | ΙΣΤΟΡΙΑ | ,000 | ,000 | | ,000 |
| | ΛΑΤΙΝΙΚΑ | ,000 | ,000 | ,000 | |

Εξ-√CE√ί÷€«∅÷«Ÿ— 4úι äóίτúι

| | | ΕΚΘΕΣΗ | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ΙΣΤΟΡΙΑ | ΚΟΙΝΩΝΙΟΛΟΓΙΑ |
|---------------------------|---------------|--------|------------|---------|---------------|
| Συντελεστές συσχέτισης | ΕΚΘΕΣΗ | 1,000 | ,550 | ,617 | ,599 |
| | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,550 | 1,000 | ,701 | ,697 |
| | ΙΣΤΟΡΙΑ | ,617 | ,701 | 1,000 | ,828 |
| | ΚΟΙΝΩΝΙΟΛΟΓΙΑ | ,599 | ,697 | ,828 | 1,000 |
| ρ-τιμή | ΕΚΘΕΣΗ | | ,000 | ,000 | ,000 |
| | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,000 | | ,000 | ,000 |
| | ΙΣΤΟΡΙΑ | ,000 | ,000 | | ,000 |
| | ΚΟΙΝΩΝΙΟΛΟΓΙΑ | ,000 | ,000 | ,000 | |

Πίνακας 6.6.2 Συντελεστές συσχέτισης βαθμολογιών

Συνεπώς οι συσχετίσεις μεταξύ των βαθμολογιών των μαθημάτων/ μεταβλητών για όλες τις δέσμες είναι στατιστικά σημαντικές.

Το δεύτερο βήμα είναι να διαπιστωθεί, βάσει των ελέγχων, η χρήση της παραγοντικής ανάλυσης ως αποδεκτής στατιστικής μεθόδου για την ανάλυση των δεδομένων μας. Μεγάλες τιμές του δείκτη Kaiser-Meyer-Olkin (άνω του 0,50), ως δείκτη σύγκρισης των μεγεθών των παρατηρούμενων συντελεστών συσχέτισης προς τους συντελεστές μερικής συσχέτισης, δηλώνουν ότι η μέθοδος της παραγοντικής ανάλυσης των μεταβλητών είναι αποδεκτή ως τεχνική για την ανάλυση των δεδομένων. Όπως διαπιστώνουμε από τον παρακάτω πίνακα, οι τιμές του δείκτη ΚΜΟ είναι αρκετά υψηλές για όλες τις δέσμες και κυμαίνονται από 0,800-0,826.

Ένας άλλος έλεγχος καταλληλότητας της παραγοντικής ανάλυσης αποτελεί ο έλεγχος σφαιρικότητας του Bartlett. Ο έλεγχος αυτός ελέγχει, χρησιμοποιώντας το στατιστικό χ^2 , την υπόθεση ότι ο πίνακας συσχετίσεων δεν είναι ταυτοτικός και, συνεπώς, ότι το υπόδειγμα της παραγοντικής ανάλυσης είναι κατάλληλο. Όπως διαπιστώνουμε και για τις τέσσερις δέσμες έχουμε μεγάλες τιμές του χ^2 , συνεπώς και απόρριψη της υπόθεσης ότι ο πίνακας συσχετίσεων είναι ταυτοτικός.

| KMO and Bartlett's Test 1úí äóíτúí | | | KMO and Bartlett's Test 2úí äóíτúí | | |
|--|--------------------|-----------|--|--------------------|-----------|
| Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy. | | ,800 | Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy. | | ,801 |
| Bartlett's Test of Sphericity | Approx. Chi-Square | 74011,424 | Bartlett's Test of Sphericity | Approx. Chi-Square | 30433,414 |
| | df | 6 | | df | 6 |
| | Sig. | ,000 | | Sig. | ,000 |
| KMO and Bartlett's Test 3úí äóíτúí | | | KMO and Bartlett's Test 4úí äóíτúí | | |
| Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy. | | ,826 | Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy. | | ,818 |
| Bartlett's Test of Sphericity | Approx. Chi-Square | 73116,977 | Bartlett's Test of Sphericity | Approx. Chi-Square | 129458,5 |
| | df | 6 | | df | 6 |
| | Sig. | ,000 | | Sig. | ,000 |

Πίνακας 6.6.3 Έλεγχοι καταλληλότητας της παραγοντικής ανάλυσης

Κατόπιν αυτών των ελέγχων η παραγοντική ανάλυση κρίνεται αποδεκτή ως τεχνική ανάλυσης των δεδομένων που εξετάζουμε. Συγκεκριμένα θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος της παραγοντικής ανάλυσης σε κύριες συνιστώσες. Σε αυτή την επιλογή οδηγηθήκαμε, όπως προαναφέρθηκε, από το γεγονός ότι στις άλλες μεθόδους της παραγοντικής ανάλυσης χρειάζονται περισσότερες των τεσσάρων μεταβλητών για την εξαγωγή περισσότερων του ενός παράγοντα όπου και αν χρειάζονταν.

6.8 Ανάλυση σε κύριες συνιστώσες

Η ανάλυση σε κύριες συνιστώσες αποδίδει ισάριθμες κύριες συνιστώσες με τις μεταβλητές, δηλαδή τέσσερις συνιστώσες για κάθε δέσμη. Ο παρακάτω πίνακας δίνει το ποσοστό της ερμηνευόμενης διακύμανσης από την κάθε κύρια συνιστώσα.

| $\hat{\epsilon}^{\alpha\beta\gamma\delta} \cdot \alpha' - \hat{A} - \alpha\epsilon - \alpha - \hat{A} / \Delta \hat{A} \sqrt{\epsilon\gamma - \sqrt{-\hat{A} / \sqrt{\gamma}} \epsilon \Delta \hat{A} / \epsilon\gamma - \hat{A}}$ | | | |
|--|-----------------------|---------------|-------------|
| Συνιστώσα | Χαρακτηριστικές τιμές | | |
| | Σύνολο | % Διακύμανσης | Σωρευτικό % |
| 1 | 2,849 | 71,235 | 71,235 |
| 2 | ,644 | 16,111 | 87,346 |
| 3 | ,302 | 7,551 | 94,897 |
| 4 | ,204 | 5,103 | 100,000 |

| $\hat{\epsilon}^{\alpha\beta\gamma\delta} \cdot \alpha' - \hat{A} - \alpha\epsilon - \alpha - \hat{A} / \Delta \hat{A} \sqrt{\epsilon\gamma - \sqrt{-\hat{A} / \sqrt{\gamma}} \epsilon \Delta \hat{A} / \epsilon\gamma - \hat{A}}$ | | | |
|--|-----------------------|---------------|-------------|
| Συνιστώσα | Χαρακτηριστικές τιμές | | |
| | Σύνολο | % Διακύμανσης | Σωρευτικό % |
| 1 | 3,045 | 76,133 | 76,133 |
| 2 | ,525 | 13,129 | 89,262 |
| 3 | ,278 | 6,959 | 96,221 |
| 4 | ,151 | 3,779 | 100,000 |

| $\hat{\epsilon}^{\alpha\beta\gamma\delta} \cdot \alpha' - \hat{A} - \alpha\epsilon - \alpha - \hat{A} / \Delta \hat{A} \sqrt{\epsilon\gamma - \sqrt{-\hat{A} / \sqrt{\gamma}} \epsilon \Delta \hat{A} / \epsilon\gamma - \hat{A}}$ | | | |
|--|-----------------------|---------------|-------------|
| Συνιστώσα | Χαρακτηριστικές τιμές | | |
| | Σύνολο | % Διακύμανσης | Σωρευτικό % |
| 1 | 3,018 | 75,459 | 75,459 |
| 2 | ,519 | 12,966 | 88,425 |
| 3 | ,258 | 6,451 | 94,877 |
| 4 | ,205 | 5,123 | 100,000 |

| $\hat{\epsilon}^{\alpha\beta\gamma\delta} \cdot \alpha' - \hat{A} - \alpha\epsilon - \alpha - \hat{A} / \Delta \hat{A} \sqrt{\epsilon\gamma - \sqrt{-\hat{A} / \sqrt{\gamma}} \epsilon \Delta \hat{A} / \epsilon\gamma - \hat{A}}$ | | | |
|--|---------------------|---------------|-------------|
| Συνιστώσα | Χαρακτηριστική τιμή | | |
| | Σύνολο | % Διακύμανσης | Σωρευτικό % |
| 1 | 3,005 | 75,137 | 75,137 |
| 2 | ,483 | 12,074 | 87,212 |
| 3 | ,340 | 8,509 | 95,721 |
| 4 | ,171 | 4,279 | 100,000 |

Πίνακας 6.7.1 Ερμηνευόμενη διακύμανση από τις κύριες συνιστώσες

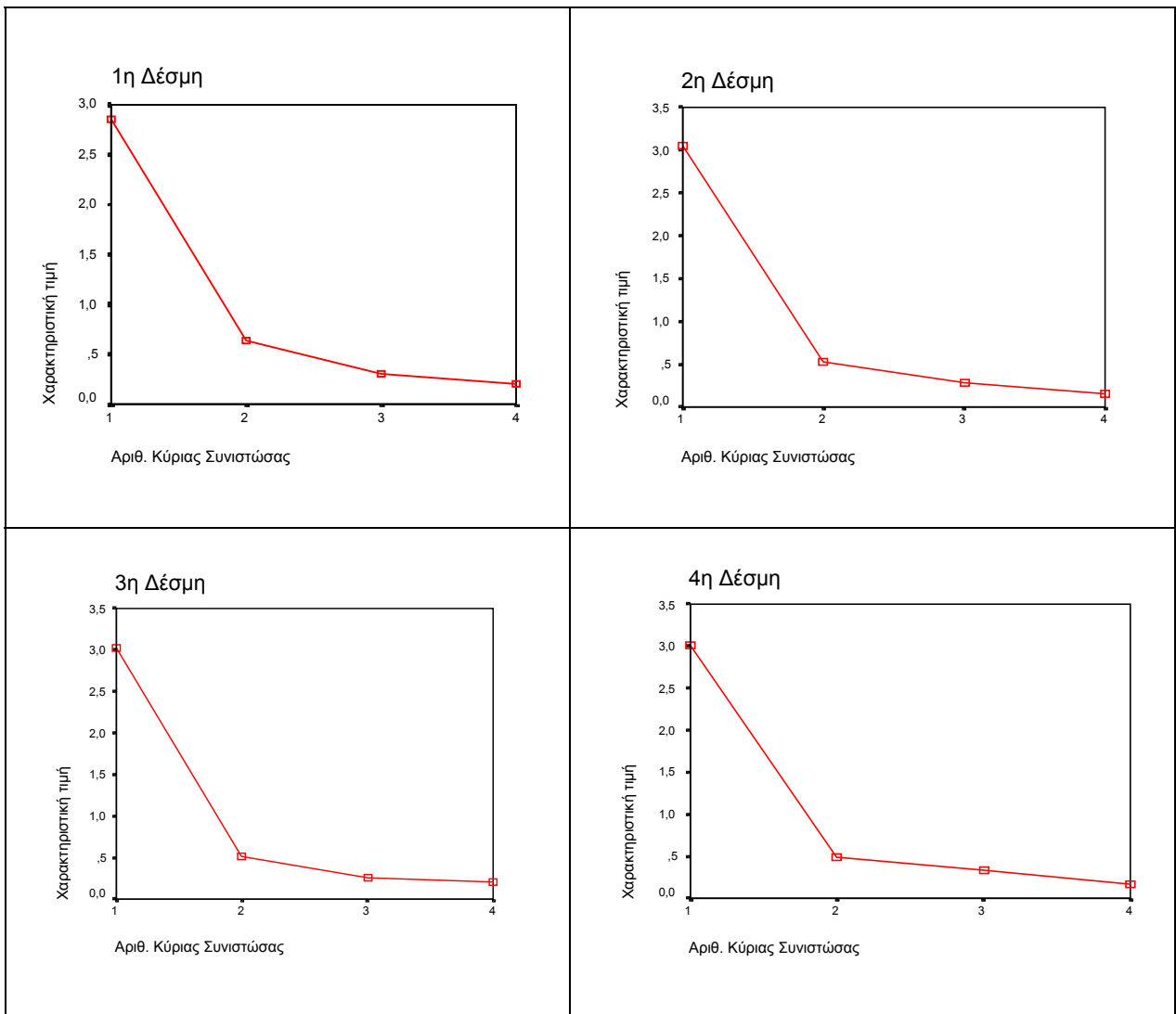
Όσο αφορά την 1^η δέσμη η διακύμανση που εξηγείται από την πρώτη κύρια συνιστώσα (χαρακτηριστική τιμή) είναι 2,849 (ποσοστό 71,23%), από την δεύτερη κύρια συνιστώσα 0,644 (ποσοστό 16,11%), ενώ το υπόλοιπο 0,502 (ποσοστό 12,654%) της διακύμανσης εξηγείται από τις υπόλοιπες δυο κύριες συνιστώσες.

Για την 2^η δέσμη η διακύμανση που εξηγείται από την πρώτη κύρια συνιστώσα (χαρακτηριστική τιμή) είναι 3,045 (ποσοστό 76,133%), από την δεύτερη κύρια συνιστώσα 0,525 (ποσοστό 13,129%), ενώ το υπόλοιπο 0,429 (ποσοστό 10,738%) της διακύμανσης εξηγείται από τις υπόλοιπες δυο κύριες συνιστώσες.

Για την 3^η δέσμη η διακύμανση που εξηγείται από την πρώτη κύρια συνιστώσα (χαρακτηριστική τιμή) είναι 3,018 (ποσοστό 75,45%), από την δεύτερη κύρια συνιστώσα 0,519 (ποσοστό 12,96%), ενώ το υπόλοιπο 0,463 (ποσοστό 11,57%) της διακύμανσης εξηγείται από τις υπόλοιπες δυο κύριες συνιστώσες.

Τέλος, για την 4^η δέσμη η διακύμανση που εξηγείται από την πρώτη κύρια συνιστώσα (χαρακτηριστική τιμή) είναι 3,005 (ποσοστό 75,137%), από την δεύτερη κύρια συνιστώσα 0,483 (ποσοστό 12,074%), ενώ το υπόλοιπο 0,511 (ποσοστό 12,788%) της διακύμανσης εξηγείται από τις υπόλοιπες δυο κύριες συνιστώσες.

Επιπλέον των παραπάνω, σχετικά με τον προσδιορισμό του αριθμού των συνιστωσών, ο Cattell συνιστά τη χρησιμοποίηση του ελέγχου της ομαλής μεταβολής της κλίσης, σύμφωνα με το οποίο ο αριθμός των εξαγόμενων συνιστωσών θα είναι αυτός μετά τον οποίο παρατηρείται τάση ευθυγράμμισης της γραμμής που ενώνει τις τιμές των χαρακτηριστικών ριζών του αρχικού πίνακα των κυρίων συνιστωσών. Παρατηρώντας τα παρακάτω γραφήματα χαρακτηριστικών ριζών για τις τέσσερις δέσμες, εντοπίζεται τάση ευθυγράμμισης μετά τη δεύτερη κύρια συνιστώσα σε όλες τις περιπτώσεις.



Διάγραμμα 6.7.1 Χαρακτηριστικές τιμές κύριων συνιστωσών σε κάθε δέσμη

Οι χαρακτηριστικές τιμές της δεύτερης συνιστώσας σε όλες τις δέσμες είναι μικρότερες της μονάδας. Τα υπόλοιπα, όμως, κριτήρια συντείνουν στην εφαρμογή δύο κύριων συνιστωσών, με σημαντικότερο την χρησιμότητα ενός δεύτερου παράγοντα στην επεξήγηση των δεδομένων.

Έχοντας λοιπόν υπόψη το μεγάλο ποσοστό διακύμανσης που εξηγείται από τις δύο κύριες συνιστώσες, αλλά και από την τάση ευθυγράμμισης που υπάρχει μετά από αυτές, καταλήγουμε στην χρήση δύο κύριων συνιστωσών-παραγόντων.

Στο επόμενο βήμα γίνεται η αναπαραγωγή του πίνακα συσχετίσεων βάσει των εκτιμώμενων δύο κύριων συνιστωσών για όλες τις δέσμες. Ο αναπαραγόμενος πίνακας συσχετίσεων περιλαμβάνει τους εκτιμώμενους συντελεστές συσχέτισης των μεταβλητών βάσει των συνιστωσών, καθώς και τα κατάλοιπα που αποτελούν τις διαφορές μεταξύ των εκτιμώμενων συντελεστών συσχέτισης και των αρχικών συντελεστών συσχέτισης.

Στους αναπαραγόμενους πίνακες συσχετίσεων των δεσμών παρατηρούμε χαμηλές τιμές καταλοίπων. Αυτό δηλώνει την αποτελεσματικότητα του υποδείγματος της ανάλυσης σε δύο κύριες συνιστώσες να αναπαραγάγει με τη μεγαλύτερη ακρίβεια τον αρχικό πίνακα συσχετίσεων.

1^η ΔΕΣΜΗ

| | | ΚΘΕΣΗ | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ΦΥΣΙΚΗ | ΧΗΜΕΙΑ |
|---------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Αναπαραγόμενοι συντελεστές συσχέτισης | ΚΘΕΣΗ | ,995 | ,492 | ,387 | ,542 |
| | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,492 | ,824 | ,814 | ,839 |
| | ΦΥΣΙΚΗ | ,387 | ,814 | ,818 | ,823 |
| | ΧΗΜΕΙΑ | ,542 | ,839 | ,823 | ,857 |
| Κατάλοιπα | ΚΘΕΣΗ | | -1,321E-02 | 3,040E-02 | -1,971E-02 |
| | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | -1,321E-02 | | -,115 | -5,343E-02 |
| | ΦΥΣΙΚΗ | 3,040E-02 | -,115 | | -8,114E-02 |
| | ΧΗΜΕΙΑ | -1,971E-02 | -5,343E-02 | -8,114E-02 | |

Πίνακας 6.7.2 Αναπαραγόμενος πίνακας συσχετίσεων 1^{ης} δέσμης

2^η δέσμη

| | | ΕΚΘΕΣΗ | ΦΥΣΙΚΗ | ΧΗΜΕΙΑ | ΒΙΟΛΟΓΙΑ |
|---|----------|------------|------------|------------|------------|
| Αναπαραγόμενοι συντελεστές συσχέτισης | ΕΚΘΕΣΗ | ,971 | ,449 | ,626 | ,706 |
| | ΦΥΣΙΚΗ | ,449 | ,872 | ,860 | ,787 |
| | ΧΗΜΕΙΑ | ,626 | ,860 | ,894 | ,851 |
| | ΒΙΟΛΟΓΙΑ | ,706 | ,787 | ,851 | ,833 |
| Κατάλοιπα | ΕΚΘΕΣΗ | | 5,630E-02 | -1,583E-02 | -6,155E-02 |
| | ΦΥΣΙΚΗ | 5,630E-02 | | -7,297E-02 | -9,405E-02 |
| | ΧΗΜΕΙΑ | -1,583E-02 | -7,297E-02 | | -2,548E-02 |
| | ΒΙΟΛΟΓΙΑ | -6,155E-02 | -9,405E-02 | -2,548E-02 | |

Πίνακας 6.7.3 Αναπαραγόμενος πίνακας συσχετίσεων 2^{ης} δέσμης

3^η δέσμη

| | | ΕΚΘΕΣΗ | ΑΡΧΑΙΑ | ΙΣΤΟΡΙΑ | ΛΑΤΙΝΙΚΑ |
|---|----------|------------|------------|------------|------------|
| Αναπαραγόμενοι συντελεστές συσχέτισης | ΕΚΘΕΣΗ | ,996 | ,637 | ,536 | ,547 |
| | ΑΡΧΑΙΑ | ,637 | ,848 | ,833 | ,846 |
| | ΙΣΤΟΡΙΑ | ,536 | ,833 | ,834 | ,846 |
| | ΛΑΤΙΝΙΚΑ | ,547 | ,846 | ,846 | ,858 |
| Κατάλοιπο | ΕΚΘΕΣΗ | | -2,334E-02 | 1,287E-02 | 8,025E-03 |
| | ΑΡΧΑΙΑ | -2,334E-02 | | -8,000E-02 | -5,562E-02 |
| | ΙΣΤΟΡΙΑ | 1,287E-02 | -8,000E-02 | | -9,323E-02 |
| | ΛΑΤΙΝΙΚΑ | 8,025E-03 | -5,562E-02 | -9,323E-02 | |

Πίνακας 6.7.4 Αναπαραγόμενος πίνακας συσχετίσεων 3^{ης} δέσμης

4^η δέσμη

| | | ΕΚΘΕΣΗ | ΜΑΘΗΜΑ ΤΙΚΑ | ΙΣΤΟΡΙΑ | ΚΟΙΝΩΝΙΟ ΛΟΓΙΑ |
|---|-------------------|------------|----------------|------------|-------------------|
| Αναπαραγόμενοι συντελεστές συσχέτισης | ΕΚΘΕΣΗ | ,996 | ,522 | ,635 | ,610 |
| | ΜΑΘΗΜΑ ΤΙΚΑ | ,522 | ,782 | ,812 | ,814 |
| | ΙΣΤΟΡΙΑ | ,635 | ,812 | ,856 | ,854 |
| | ΚΟΙΝΩΝΙΟ ΛΟΓΙΑ | ,610 | ,814 | ,854 | ,854 |
| Κατάλοιπο | ΕΚΘΕΣΗ | | 2,823E-02 | -1,826E-02 | -1,138E-02 |
| | ΜΑΘΗΜΑ ΤΙΚΑ | 2,823E-02 | | -,111 | -,117 |
| | ΙΣΤΟΡΙΑ | -1,826E-02 | -,111 | | -2,602E-02 |
| | ΚΟΙΝΩΝΙΟ ΛΟΓΙΑ | -1,138E-02 | -,117 | -2,602E-02 | |

Πίνακας 6.7.5 Αναπαραγόμενος πίνακας συσχετίσεων 4^{ης} δέσμης

Παρακάτω δίνονται οι πίνακες των κυρίων συνιστώσων με τις αντίστοιχες παραγοντικές επιβαρύνσεις τους. Το τετράγωνο της παραγοντικής επιβάρυνσης εκφράζει το ποσοστό της συμμετοχής της κύριας συνιστώσας στην εξήγηση της διακύμανσης της μεταβλητής. Συνεπώς, το άθροισμα των τετραγώνων των παραγοντικών επιβαρύνσεων της μεταβλητής για τις αντίστοιχες συνιστώσες, είναι το ποσοστό της διακύμανσης της μεταβλητής που εξηγείται από αυτές. Το υπόλοιπο ποσοστό της διακύμανσης που δεν εξηγείται από τις κύριες συνιστώσες σαν κοινή παραγοντική διακύμανση, οφείλεται στην μοναδικότητα της κάθε μεταβλητής.

| $\hat{y}_1 = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$ | | | $\hat{y}_2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$ | | |
|--|-----------|-------|--|-----------|------------|
| | Συνιστώσα | | | Συνιστώσα | |
| | 1 | 2 | | 1 | 2 |
| ΕΚΘΕΣΗ | ,685 | ,725 | ΕΚΘΕΣΗ | ,778 | ,605 |
| ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,893 | -,164 | ΦΥΣΙΚΗ | ,860 | -,364 |
| ΦΥΣΙΚΗ | ,861 | -,279 | ΧΗΜΕΙΑ | ,932 | -,163 |
| ΧΗΜΕΙΑ | ,918 | -,120 | ΒΙΟΛΟΓΙΑ | ,913 | -6,760E-03 |

| $\hat{y}_3 = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3$ | | | $\hat{y}_4 = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3$ | | |
|---|-----------|-------|---|-----------|-------|
| | Συνιστώσα | | | Συνιστώσα | |
| | 1 | 2 | | 1 | 2 |
| ΕΚΘΕΣΗ | ,766 | ,640 | ΕΚΘΕΣΗ | ,786 | ,615 |
| ΑΡΧΑΙΑ | ,916 | -,101 | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,851 | -,240 |
| ΙΣΤΟΡΙΑ | ,885 | -,223 | ΙΣΤΟΡΙΑ | ,915 | -,137 |
| ΛΑΤΙΝΙΚΑ | ,899 | -,223 | ΚΟΙΝΩΝΙΟΛΟΓΙΑ | ,909 | -,169 |

Πίνακας 6.7.6 Επιλεγμένες κύριες συνιστώσες κάθε δέσμης

Αναλυτικά, για την 1^η δέσμη, η πρώτη συνιστώσα εξηγεί το 46,9% ($= 0,685^2$) της διακύμανσης της βαθμολογίας στην Έκθεση. Το ποσοστό της κοινής παραγοντικής διακύμανσης που εξηγείται από τις δυο κύριες συνιστώσες είναι 99,48% ($0,685^2 + 0,725^2$) για την Έκθεση, 82,43% για τα Μαθηματικά, 81,19% για τη Φυσική και 85,71% για τη Χημεία. Η διακύμανση που δεν

εξηγείται από τις κύριες συνιστώσες είναι μικρή και κυμαινόμενη από 0,52% για την Έκθεση έως 18,81% για την Φυσική.

Στη 2^η δέσμη η πρώτη κύρια συνιστώσα εξηγεί το 60,5% ($= 0,778^2$) της διακύμανσης της βαθμολογίας στην Έκθεση. Η κοινή παραγοντική διακύμανση που εξηγείται από τις δυο κύριες συνιστώσες είναι 97,13% ($0,778^2+0,605^2$) για την Έκθεση, 87,2% για τη Φυσική, 89,5% για τη Χημεία και 83,3% για τη Βιολογία. Η διακύμανση που δεν εξηγείται από τις κύριες συνιστώσες είναι από 2,7% για την Έκθεση έως 16,6% για τη Βιολογία.

Στην 3^η δέσμη η πρώτη συνιστώσα εξηγεί το 58,6% ($= 0,766^2$) της διακύμανσης της βαθμολογίας στην Έκθεση. Η κοινή παραγοντική διακύμανση που εξηγείται από τις δυο κύριες συνιστώσες είναι 99,63% για την Έκθεση, 84,92% για τα Αρχαία Ελληνικά, 83,29% για την Ιστορία και 85,79% για τα Λατινικά. Η διακύμανση που δεν εξηγείται από τις κύριες συνιστώσες είναι κυμαινόμενη από 0,37% για την Έκθεση έως 16,71% για την Ιστορία.

Τέλος, με τον ίδιο τρόπο, στην 4^η δέσμη η πρώτη συνιστώσα εξηγεί το 61,17% της διακύμανσης της βαθμολογίας στην Έκθεση. Η κοινή παραγοντική διακύμανση που εξηγείται από τις δυο κύριες συνιστώσες είναι 98,99% για την Έκθεση, 78,1% για τα Μαθηματικά, 85,5% για την Ιστορία και 85,45% για την Κοινωνιολογία. Η διακύμανση που δεν εξηγείται από τις κύριες συνιστώσες είναι κυμαινόμενη από 1,01% για την Έκθεση έως 21,9% για τα Μαθηματικά.

Από τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι με την χρήση των δύο κύριων συνιστωσών εξηγείται το μεγαλύτερο ποσοστό διακύμανσης του μαθήματος-μεταβλητής για κάθε δέσμη, ενώ το ανερμήνευτο κομμάτι διακύμανσης της κάθε μεταβλητής παραμένει σχετικά χαμηλό. Σαν αποτέλεσμα αυτού, μπορεί να γίνει η αντιπροσώπευση των τεσσάρων μεταβλητών-μαθημάτων από τις δύο κύριες συνιστώσες.

Με βασικό σκοπό την καλύτερη ερμηνεία των συνιστωσών, γίνεται περιστροφή των κυρίων συνιστωσών με την τεχνική της ορθογωνικής περιστροφής μέγιστης διακύμανσης. Με αυτήν επιχειρείται να μεγιστοποιηθεί η διακύμανση των τετραγώνων των επιβαρύνσεων και να ελαχιστοποιηθεί ο αριθμός των μεταβλητών με υψηλές επιβαρύνσεις σε κάθε παράγοντα, που θα βοηθήσει, έτσι, στην ερμηνεία των παραγόντων.

Ακολουθώντας τη τεχνική της ορθογωνικής περιστροφής μέγιστης διακύμανσης ο παρακάτω πίνακας περιέχει τις επιβαρύνσεις των παραγόντων μετά την περιστροφή. Από εκεί μπορεί κανείς να εκφράσει κάθε μια μεταβλητή με την χρήση των δύο συνιστωσών.

| <p>®'ÿ" ...ÿ—ĂĈĖæ è«'Ă÷ŀ"»æ 1Ă/ āΩ÷-Ă/</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"></th> <th colspan="2">Συνιστώσα</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ΕΚΘΕΣΗ</td> <td>,262</td> <td>,962</td> </tr> <tr> <td>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ</td> <td>,865</td> <td>,277</td> </tr> <tr> <td>ΦΥΣΙΚΗ</td> <td>,890</td> <td>,161</td> </tr> <tr> <td>ΧΗΜΕΙΑ</td> <td>,866</td> <td>,328</td> </tr> </tbody> </table> | | Συνιστώσα | | 1 | 2 | ΕΚΘΕΣΗ | ,262 | ,962 | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,865 | ,277 | ΦΥΣΙΚΗ | ,890 | ,161 | ΧΗΜΕΙΑ | ,866 | ,328 | <p>®'ÿ" ...ÿ—ĂĈĖæ è«'Ă÷ŀ"»æ 2Ă/ āΩ÷-.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"></th> <th colspan="2">Συνιστώσα</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ΕΚΘΕΣΗ</td> <td>,293</td> <td>,941</td> </tr> <tr> <td>ΦΥΣΙΚΗ</td> <td>,914</td> <td>,193</td> </tr> <tr> <td>ΧΗΜΕΙΑ</td> <td>,858</td> <td>,399</td> </tr> <tr> <td>ΒΙΟΛΟΓΙΑ</td> <td>,753</td> <td>,516</td> </tr> </tbody> </table> | | Συνιστώσα | | 1 | 2 | ΕΚΘΕΣΗ | ,293 | ,941 | ΦΥΣΙΚΗ | ,914 | ,193 | ΧΗΜΕΙΑ | ,858 | ,399 | ΒΙΟΛΟΓΙΑ | ,753 | ,516 |
|---|-----------|-----------|--|---|---|--------|------|------|------------|------|------|---------|------|------|----------|------|------|--|--|-----------|--|---|---|--------|------|------|------------|------|------|---------|------|------|---------------|------|------|
| | | Συνιστώσα | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΕΚΘΕΣΗ | ,262 | ,962 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,865 | ,277 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΦΥΣΙΚΗ | ,890 | ,161 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΧΗΜΕΙΑ | ,866 | ,328 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Συνιστώσα | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΕΚΘΕΣΗ | ,293 | ,941 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΦΥΣΙΚΗ | ,914 | ,193 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΧΗΜΕΙΑ | ,858 | ,399 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΒΙΟΛΟΓΙΑ | ,753 | ,516 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>®'ÿ" ...ÿ—ĂĈĖæ è«'Ă÷ŀ"»æ 3Ă/ āΩ÷-.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"></th> <th colspan="2">Συνιστώσα</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ΕΚΘΕΣΗ</td> <td>,323</td> <td>,945</td> </tr> <tr> <td>ΑΡΧΑΙΑ</td> <td>,835</td> <td>,389</td> </tr> <tr> <td>ΙΣΤΟΡΙΑ</td> <td>,873</td> <td>,269</td> </tr> <tr> <td>ΛΑΤΙΝΙΚΑ</td> <td>,884</td> <td>,276</td> </tr> </tbody> </table> | | Συνιστώσα | | 1 | 2 | ΕΚΘΕΣΗ | ,323 | ,945 | ΑΡΧΑΙΑ | ,835 | ,389 | ΙΣΤΟΡΙΑ | ,873 | ,269 | ΛΑΤΙΝΙΚΑ | ,884 | ,276 | <p>®'ÿ" ...ÿ—ĂĈĖæ è«'Ă÷ŀ"»æ 4Ă/ āΩ÷-.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2"></th> <th colspan="2">Συνιστώσα</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ΕΚΘΕΣΗ</td> <td>,339</td> <td>,939</td> </tr> <tr> <td>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ</td> <td>,849</td> <td>,249</td> </tr> <tr> <td>ΙΣΤΟΡΙΑ</td> <td>,847</td> <td>,371</td> </tr> <tr> <td>ΚΟΙΝΩΝΙΟΛΟΓΙΑ</td> <td>,860</td> <td>,340</td> </tr> </tbody> </table> | | Συνιστώσα | | 1 | 2 | ΕΚΘΕΣΗ | ,339 | ,939 | ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,849 | ,249 | ΙΣΤΟΡΙΑ | ,847 | ,371 | ΚΟΙΝΩΝΙΟΛΟΓΙΑ | ,860 | ,340 |
| | | Συνιστώσα | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΕΚΘΕΣΗ | ,323 | ,945 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΑΡΧΑΙΑ | ,835 | ,389 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΙΣΤΟΡΙΑ | ,873 | ,269 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΛΑΤΙΝΙΚΑ | ,884 | ,276 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | Συνιστώσα | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΕΚΘΕΣΗ | ,339 | ,939 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ | ,849 | ,249 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΙΣΤΟΡΙΑ | ,847 | ,371 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ΚΟΙΝΩΝΙΟΛΟΓΙΑ | ,860 | ,340 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Πίνακας 6.7.7 Επιλεγμένες κύριες συνιστώσες κάθε δέσμης μετά την ορθογωνική περιστροφή

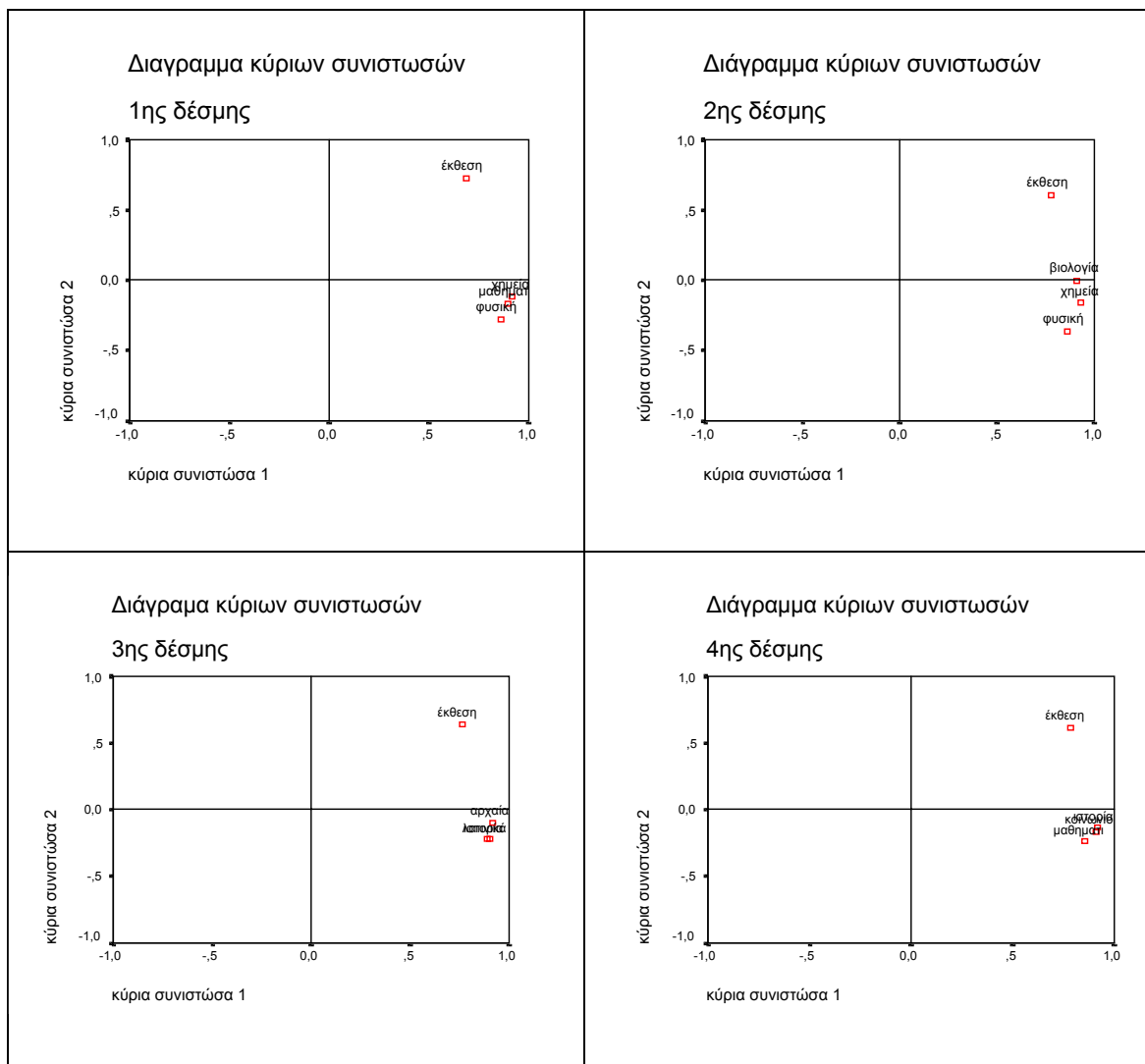
Έχουμε λοιπόν, την αντιπροσώπευση των τεσσάρων μεταβλητών της κάθε δέσμης από δύο κύριες συνιστώσες. Παρατηρούμε ότι μετά την εφαρμογή της τεχνικής της ορθογωνικής περιστροφής της μέγιστης διακύμανσης, η δεύτερη

κύρια συνιστώσα, ή αλλιώς ο δεύτερος παράγοντας, έχει υψηλές τιμές για την πρώτη μεταβλητή σε όλες τις δέσμες. Η πρώτη κύρια συνιστώσα έχει υψηλές τιμές παραγοντικών επιβαρύνσεων στις υπόλοιπες μεταβλητές.

Η πρώτη μεταβλητή σε όλες τις δέσμες αποτελεί το μάθημα της Έκθεσης, το οποίο αποτελεί και το μόνο κοινό μάθημα σε όλες τις δέσμες. Έτσι λοιπόν, η Έκθεση μπορεί να ταυτοποιήσει την δεύτερη κύρια συνιστώσα, αφού οι παραγοντικές επιβαρύνσεις των άλλων μεταβλητών δείχνουν σαφώς μικρότερη συμμετοχή. Θα μπορούσαμε να ονομάσουμε την δεύτερη κύρια συνιστώσα «Αναλυτικοσυνθετική Ικανότητα».

Οι τρεις επόμενες μεταβλητές για κάθε δέσμη αποτελούν τα υπόλοιπα βασικά μαθήματα που εξετάζονται οι υποψήφιοι και είναι διαφορετικά για κάθε δέσμη. Διαπιστώνουμε ότι σε όλες τις δέσμες το σύνολο των τριών μαθημάτων-μεταβλητών, πλην της Έκθεσης, ταυτοποιεί την πρώτη κύρια συνιστώσα στην ανάλυση μας. Το κοινό μάθημα της Έκθεσης δεν έχει έντονη παρουσία στην δημιουργία αυτής της συνιστώσας, την οποία ονομάζουμε «Ικανότητα Εκμάθησης- Αποστήθισης».

Παρακάτω δίνονται τα διαγράμματα διάταξης των μεταβλητών χρησιμοποιώντας τις δύο κύριες συνιστώσες. Είναι εμφανής και γραφικά η διαφορά της απόστασης της πρώτης μεταβλητής-μάθημα από τις υπόλοιπες και για τις τέσσερις δέσμες.



Διάγραμμα 6.7.2 Διαγράμματα διάταξης μεταβλητών

6.9 Συμπεράσματα

Μετά την ανάλυση των δεδομένων σε κύριες συνιστώσες καταλήξαμε στην αντιπροσώπευση των τεσσάρων μεταβλητών-μαθημάτων της κάθε δέσμης από δύο κύριες συνιστώσες.

Η πρώτη κύρια συνιστώσα, την οποία ονομάσαμε «Ικανότητα Εκμάθησης-Αποστήθισης» αντιπροσωπεύει μια γενικότερη ικανότητα των μαθητών ως προς το διάβασμα, την αποστήθιση κειμένων καθώς και τεχνικών επίλυσης προβλημάτων. Δεν θα μπορούσε να χαρακτηριστεί τυχαίο το γεγονός ότι το μάθημα της Έκθεσης έχει το μικρότερο παραγοντικό φορτίο στη παρουσίαση

αυτής της συνιστώσας. Αντίθετα, τα υπόλοιπα μαθήματα τα οποία έχουν προδιαγεγραμμένη εξεταστική ύλη, απαιτούν αποστήθιση σε μεγάλο βαθμό και χρησιμοποιούν περισσότερο μεθόδους επίλυσης προβλημάτων, αποτελούν τον κύριο κορμό αυτής της συνιστώσας.

Την δεύτερη κύρια συνιστώσα, την ονομάσαμε «Αναλυτικοσυνθετική Ικανότητα». Σε αυτήν ξεφεύγουμε από τα πλαίσια της γενικότερης ικανότητας όπως αναφέραμε στην πρώτη κύρια συνιστώσα και παρουσιάζουμε την ικανότητα ανάλυσης και σύνθεσης των μαθητών σε ανοιχτά και μη δομημένα κατ' ανάγκη προβλήματα, όπως η διαπραγμάτευση ενός θέματος Έκθεσης. Παρατηρώντας τους πίνακες των κύριων συνιστωσών επισημαίνουμε τις μεγάλες παραγοντικές επιβαρύνσεις που υπάρχουν στο μάθημα της Έκθεσης, σε αντίθεση με τις παραγοντικές επιβαρύνσεις των άλλων μαθημάτων στην αντιπροσώπευση της δεύτερης κύριας συνιστώσας.

