

Ι. ΠΑΝΑΡΕΤΟΥ & Ε. ΞΕΚΑΛΑΚΗ

Καθηγητών του Τμήματος Στατιστικής
του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΣΚΕΨΗ

ΤΟΜΟΣ ΙΙ

**(Εισαγωγή στις Πιθανότητες και την
Στατιστική Συμπερασματολογία)**

ΑΘΗΝΑ, 2000

Στον Βίκτωρα

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	v
ΠΡΟΛΟΓΟΣ	xiii
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ	
Πιθανότητες και Στατιστική	1
Η Σχέση Πιθανοτήτων και Στατιστικής	2
Εκλογικές Σφυγμομετρήσεις	5
Μ Ε Ρ Ο Σ Α	
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ	
ΟΡΙΣΜΟΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ	13
ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ	15
ΘΕΩΡΙΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ	16
Λογικές Θεωρίες Laplace (Κλασσικός Ορισμός)	
16 Keynes & Jeffreys	
18	
Εμπειρικές Θεωρίες Von Misses (Πιθανότητα σαν Οριακή Σχετική Συχνότητα)	19
ΑΞΙΩΜΑΤΙΚΗ ΘΕΜΕΛΙΩΣΗ ΚΟΛΜΟΓΟΡΟV	20
ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΙΚΕΣ ΘΕΩΡΙΕΣ	23
ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΤΑ ΚΟΛΜΟΓΟΡΟV	24
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΒΑΣΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗΣ	
ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗΣ	28
Διατάξεις	30
Συνδυασμοί	32
Πολυωνυμικός Συντελεστής	34
Δύο Γενικά Παραδείγματα	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΧΕΣΕΙΣ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΩΝ-ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ-ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ	
ΔΕΣΜΕΥΜΕΝΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ	39
Πολλαπλασιαστικός Κανόνας	40
ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΚΑΙ ΑΣΥΜΒΑΤΑ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ	49

Σχέση Ξένων Μεταξύ τους και Ανεξαρτήτων Ενδεχομένων	57
ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	64
Διακριτές Τυχαίες Μεταβλητές	65
ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ	66
ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ	68
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	69
Γραφική Παράσταση της Συνάρτησης $F(\cdot)$	71
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΜΕΤΡΑ ΘΕΣΗΣ ΚΑΙ ΑΠΟΚΛΙΣΗΣ	
ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	72
Ιδιότητες της Μέσης Τιμής	76
ΔΙΑΜΕΣΟΣ, ΕΠΙΚΡΑΤΟΥΣΑ ΤΙΜΗ, ΠΟΣΟΣΤΙΑΙΑ ΣΗΜΕΙΑ	78
ΔΙΑΣΠΟΡΑ ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ	79
Ιδιότητες της Διασποράς	80
ΜΕΡΙΚΕΣ ΕΙΔΙΚΕΣ ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ	84
Ροπές	84
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΥΧΑΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ	
ΠΟΛΥΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ	86
ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑ ΤΥΧΑΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ	88
ΔΕΣΜΕΥΜΕΝΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	90
Μέση Τιμή και Διασπορά Αθροισμάτων	
Τυχαίων Μεταβλητών	93
ΣΥΝΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΚΑΙ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ	96
Δειγματική Συνδιακύμανση και Συσχέτιση	103
Ο Δειγματικός Συντελεστής Συσχέτισης	104
Υπολογισμός του Δειγματικού Συντελεστή Συσχέτισης	109
Ο ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ	113
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΜΕΡΙΚΕΣ ΕΙΔΙΚΕΣ ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ	
ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ	118
Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ BERNOULLI	119
Μοντέλα που Οδηγούν στην Κατανομή Bernoulli	119
Η ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	119
Μοντέλα που οδηγούν στην Διωνυμική Κατανομή	120
Η ΥΠΕΡΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	129
Μοντέλα που οδηγούν στην Υπεργεωμετρική Κατανομή	130
Εφαρμογές της Υπεργεωμετρικής Κατανομής	134

Στατιστικός Έλεγχος Ποιότητας	134
Μέθοδος Σύλληψης και Επανασύλληψης	136
Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ POISSON	140
Μοντέλα που οδηγούν στην κατανομή Poisson	140
Η Κατανομή Poisson ως Νόμος των Σπανίων Γεγονότων	140
Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	144
Μοντέλα που οδηγούν στην γεωμετρική κατανομή	145
Η ΑΡΝΗΤΙΚΗ ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	148
Μοντέλα που οδηγούν στην αρνητική διωνυμική κατανομή	150
Η ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	152
Μοντέλα που οδηγούν στην πολυωνυμική κατανομή	153
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΜΕΡΙΚΕΣ ΕΙΔΙΚΕΣ ΣΥΝΕΧΕΙΣ	
ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ	155
Η ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	155
Μοντέλα που οδηγούν στην Ομοιόμορφη Κατανομή	156
Η ΕΚΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	158
Μοντέλα που οδηγούν στην εκθετική κατανομή	159
Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΓΑΜΜΑ	162
Υπολογισμός των πιθανοτήτων της κατανομής Γάμμα	163
Μοντέλα που οδηγούν στην κατανομή Γάμμα	165
Η ΒΗΤΑ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	167
Σχέση μεταξύ της κατανομής Βήτα και της	
Διωνυμικής κατανομής	172
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: Η ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	174
Υπολογισμός Πιθανοτήτων της Κανονικής Κατανομής	175
ΤΟ ΚΕΝΤΡΙΚΟ ΟΡΙΑΚΟ ΘΕΩΡΗΜΑ	180
Η Χρήση του Κεντρικού Οριακού Θεωρήματος	
στην Στατιστική	185
Η ΔΙΟΡΘΩΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ	186
Η ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΗ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	
Προσέγγιση της Διωνυμικής από την Κανονική Κατανομή	189
Η Κανονική Προσέγγιση για τα Ιστογράμματα Πιθανοτήτων	190
Ιστογράμματα Πιθανότητας	193
Ιστόγραμμα Πιθανότητας και η Κανονική Κατανομή	198
Η Χρήση της Κανονικής Προσέγγισης σε	
Δειγματοληψία από Υδρία	201
Συμπεράσματα	207

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10: ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ	211
Η Έννοια μιας Δειγματικής Κατανομής	212
Δειγματοληπτική Κατανομή Δείγματος	213
Δειγματική Κατανομή Στατιστικής Συνάρτησης	214
Η ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΩΣ ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ	216
Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ χ^2	220
Υπολογισμός Πιθανοτήτων της Κατανομής χ^2	220
Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ t	221
Ιδιότητες της Κατανομής t	222
Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ F	223
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11: ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ - ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ	
ΤΥΧΑΙΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	226
Προσομοίωση Διακριτών Τυχαίων Μεταβλητών	228
Προσομοίωση Συνεχών Τυχαίων Αριθμών	229
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ	233
Μ Ε Ρ Ο Σ Β	
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΛΟΓΙΑ	
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12: ΕΚΤΙΜΗΤΙΚΗ: ΣΗΜΕΙΑΚΗ ΕΚΤΙΜΗΣΗ	
ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΚΤΙΜΗΤΙΚΗΣ	247
247	
ΣΗΜΕΙΑΚΗ ΕΚΤΙΜΗΣΗ	248
ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΕΚΤΙΜΗΤΡΙΩΝ	251
Συνέπεια	251
Αμεροληψία	252
Αποτελεσματικότητα	254
Επάρκεια	258
ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΗΜΕΙΑΚΗΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ	264
Μέθοδος των Ροπών	264
Μέθοδος των Ελαχίστων Τετραγώνων	266
Μέθοδος Μέγιστης Πιθανοφάνειας	267
Πιθανοφάνειες Βασισμένες σε Πίνακες Συχνότητας	275
Υπολογιστικές Μέθοδοι Καθορισμού της	
Εκτιμήτριας Μέγιστης Πιθανοφάνειας	278
Χρησιμοποίηση Ανεξαρτήτων Πιθανοφανειών	280
Σχετική Πιθανοφάνεια	289
ΠΙΘΑΝΟΦΑΝΕΙΕΣ ΔΥΟ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ	292

Επάρκεια	294
ΕΚΤΙΜΗΤΡΙΕΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΠΙΘΑΝΟΦΑΝΕΙΑΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ μ ΚΑΙ σ^2 ΤΗΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ	294
Υπολογιστικές Μέθοδοι	297
ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΕΚΤΙΜΗΤΡΙΩΝ	298
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13: ΕΚΤΙΜΗΤΙΚΗ: ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ	
301	
Σχηματική Παρουσίαση των Διαστημάτων Εμπιστοσύνης	302
ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ	
Α. Περίπτωση Γνωστών Διακυμάνσεων	303
Β. Περίπτωση Αγνώστων Διακυμάνσεων	306
Σχηματική Παρουσίαση της Διαδικασίας Κατασκευής Διαστημάτων Εμπιστοσύνης για την Μέση Τιμή Κανονικών Πληθυσμών	314
ΜΗ-ΚΑΝΟΝΙΚΟΙ ΠΛΗΘΥΣΜΟΙ	314
ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΑΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ	316
Έλεγχος του Lilliefors για Κανονικότητα	321
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14: ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΑΦΟΡΑ ΜΕΣΩΝ ΤΙΜΩΝ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ	324
Α. Περίπτωση Γνωστών Διακυμάνσεων (Ανεξάρτητα Δείγματα)	324
Β. Περίπτωση Αγνώστων Ίσων Διακυμάνσεων (Ανεξάρτητα Δείγματα)	326
Γ. Περίπτωση Αγνώστων Ανίσων Διακυμάνσεων (Ανεξάρτητα Δείγματα)	333
Χρησιμοποίηση του Στατιστικού Πακέτου Statgraphics	335
Δ. Παρατηρήσεις κατά Ζεύγη	339
Σχηματική Παρουσίαση της Διαδικασίας Κατασκευής Διαστημάτων Εμπιστοσύνης για την Διαφορά Μέσων Τιμών Κανονικών Πληθυσμών	344
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15: ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ	
Α. Περίπτωση Ενός Πληθυσμού	346
Β. Περίπτωση Δύο Πληθυσμών	349
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16: ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΓΙΑ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ	
Α. Περίπτωση Ενός Πληθυσμού	352

B. Περίπτωση Δύο Πληθυσμών	354
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17: ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ	359
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ	360
ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ	361
ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ ΜΙΑΣ ΥΠΟΘΕΣΗΣ	
Στατιστική Συνάρτηση Ελέγχου	362
Περιοχή Απόρριψης και Κρίσιμο Σημείο	364
Τα Πιθανά Λάθη Αποφάσεων στους Ελέγχους Υποθέσεων	365
Πιθανότητες Σωστής Απόφασης: Η Ισχύς ενός Ελέγχου	367
Σχέση των α και β	369
Είδη Στατιστικών Υποθέσεων	371
Παρατηρούμενο Επίπεδο Σημαντικότητας	372
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 18: ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΜΕΣΕΣ ΤΙΜΕΣ	
ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ	
ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ	374
Α. Περίπτωση Γνωστών Διακυμάνσεων	374
Καθορισμός του Κρίσιμου Σημείου	374
Καθορισμός του Επιπέδου Σημαντικότητας	381
Καθορισμός του Μεγέθους του Δείγματος με Βάση τα α και β	383
Έλεγχοι για την Μέση Τιμή με την Χρήση της p-Τιμής (Γνωστή Διακύμανση)	388
Β. Περίπτωση Αγνώστων Διακυμάνσεων	394
Έλεγχοι για την Μέση Τιμή με την Χρήση της p-Τιμής (Αγνώστη Διακύμανση)	403
Σχηματική Παρουσίαση της Διαδικασίας Ελέγχου Υποθέσεων για την Μέση Τιμή Κανονικού Πληθυσμού	405
ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ	406
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 19: ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΣΥΓΚΡΙΣΗ	
ΜΕΣΩΝ ΤΙΜΩΝ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ ΔΥΟ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ	
ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ	
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕΣΩΝ ΤΙΜΩΝ ΔΥΟ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ	409
Α. Περίπτωση Γνωστών Διακυμάνσεων (Ανεξάρτητα Δείγματα)	410
Β. Περίπτωση Αγνώστων Ίσων Διακυμάνσεων (Ανεξάρτητα Δείγματα)	411
Γ. Περίπτωση Αγνώστων Ανίσων Διακυμάνσεων Μεγάλα (Ανεξάρτητα) Δείγματα	413

Δ. Περίπτωση Αγνώστων Ανίσων Διακυμάνσεων	
Μικρά (Ανεξάρτητα) Δείγματα	414
Ε. Περίπτωση Παρατηρήσεων κατά Ζεύγη	416
Σχηματική Παρουσίαση της Διαδικασίας Ελέγχου Υποθέσεων για την Διαφορά Μέσων Τιμών Κανονικών Πληθυσμών	416
Μερικά Παραδείγματα	418
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ ΔΥΟ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ	434
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 20: ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ	
ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΕΝΟΣ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ	439
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ ΔΥΟ ΚΑΝΟΝΙΚΩΝ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ	440
Σύγκριση Διακυμάνσεων και το Statgraphics	445
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 21: Η ΙΣΧΥΣ ΕΝΟΣ ΕΛΕΓΧΟΥ	449
Η Ισχύς ενός Ελέγχου σε Σχέση με το Είδος του Ελέγχου	454
Ισχύς και Επίπεδο Σημαντικότητας	455
Ισχύς και Μέγεθος του Δείγματος	456
Παράγοντες που Επηρεάζουν την Ισχύ των Ελέγχων:	
Συνοπτικά Συμπεράσματα	457
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 22: ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ ΤΩΝ ΕΛΕΓΧΩΝ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ	
ΓΕΝΙΚΕΥΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΕΙΣ	460
Σύνοψη των Απαιτούμενων Ενεργειών στους Ελέγχους Υποθέσεων	460
Γενίκευση των Ελέγχων Υποθέσεων	461
Έλεγχος Υποθέσεων και Ανάλυση Διακύμανσης	461
Η Υπόθεση της Κανονικότητας στους Ελέγχους Υποθέσεων	462
Επίπεδο Σημαντικότητας και p-Τιμή	463
Επιλογή των Υποθέσεων σε Σχέση με το α και β	465
Επιλογή της Μηδενικής Υπόθεσης	466
Επιλογή του Επιπέδου Σημαντικότητας α	468
Η ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΩΝ ΕΛΕΓΧΩΝ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ	470
ΣΧΕΣΗ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΩΝ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ	473
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 23: ΜΕΤΑ-ΑΝΑΛΥΣΗ	
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	478

Χρήση του Ελέγχου Υποθέσεων στην Μετα-Ανάλυση	479
Πλεονεκτήματα της Μεθοδολογίας της Μετα-Ανάλυσης	483
Μειονεκτήματα της Μεθοδολογίας της Μετα-Ανάλυσης	484
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 24: Η ΜΠΕΥΪΖΙΑΝΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗΝ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ Η ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΚΛΑΣΣΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΛΟΓΙΑ	
ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ ΒΑΥΕΣ ΩΣ ΒΑΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΜΠΕΥΪΖΙΑΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	488
Η Μπεϋζιανή Προσέγγιση των Πιθανοτήτων	489
Παράδειγμα Καθορισμού Προσωπικής Πιθανότητας	489
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΗΣ ΚΛΑΣΣΙΚΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΜΠΕΥΪΖΙΑΝΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ	492
Εισαγωγή	492
Η Κλασσική Συμπερασματολογία	493
Σημειακή Εκτίμηση	494
Εκτίμηση με Διαστήματα Εμπιστοσύνης	495
Έλεγχοι Υποθέσεων	497
Μπεϋζιανή Συμπερασματολογία	499
Σημειακή Εκτίμηση	502
Εκτίμηση με Διαστήματα Εμπιστοσύνης	503
Έλεγχοι Υποθέσεων	504
Εκ των Προτέρων Κατανομές	504
Πότε Ενδείκνυται η Χρήση των Μπεϋζιανών Μεθόδων;	508
Συμπεράσματα	510
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ	511
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	521
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	
Πίνακες	529
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΕΛΛΗΝΙΚΩΝ ΟΡΩΝ	539
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΑΓΓΛΙΚΩΝ ΟΡΩΝ	544

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό αποτελεί τον δεύτερο τόμο στην σειρά “Εισαγωγή στην Στατιστική Σκέψη” των συγγραφέων. Περιλαμβάνει τις βασικές έννοιες των Πιθανοτήτων και την ανάπτυξη της Στατιστικής Συμπερασματολογίας. Δεδομένου ότι η Στατιστική Συμπερασματολογία έχει γίνει ένα απαραίτητο εργαλείο όχι μόνο για όσους ασχολούνται με αυτή καθ’ εαυτή την επιστήμη της Στατιστικής, αλλά και για πολλούς άλλους επιστημονικούς κλάδους, θεωρήθηκε αναγκαίο η έμφαση στην παρουσίαση των θεμάτων να δοθεί στην κατανόηση των εννοιών περισσότερο παρά στην μαθηματική τους παρουσίαση, χωρίς όμως να θυσιάζεται και η τελευταία.

Στο πρώτο κεφάλαιο, γίνεται μία εισαγωγή στις βασικές έννοιες των Πιθανοτήτων και της Στατιστικής και της σχέσης που υπάρχει μεταξύ τους.

Στην συνέχεια, το βιβλίο χωρίζεται σε δύο μέρη: Το πρώτο μέρος (μέχρι και το κεφάλαιο 11) αναφέρεται στις Πιθανότητες και τις εφαρμογές τους και το δεύτερο μέρος (τα υπόλοιπα δεκατρία κεφάλαια) στην Στατιστική Συμπερασματολογία.

Πιο αναλυτικά, στο πρώτο μέρος και στο κεφάλαιο 2, αναπτύσσονται θεμελιώδεις έννοιες αλλά και οι διαφορετικές θεωρίες των Πιθανοτήτων ώστε να αντιληφθεί ο αναγνώστης ότι υπάρχουν περισσότερες από μία προσεγγίσεις στην επιστήμη αυτή. Στην συνέχεια, δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στην αξιωματική θεμελίωση των Πιθανοτήτων η οποία χρησιμοποιείται και στα επόμενα.

Στο τρίτο κεφάλαιο, εξετάζονται οι βασικές μέθοδοι απαρίθμησης οι οποίες αποτελούν απαραίτητο εργαλείο για τους υπολογισμούς πιθανοτήτων.

Στο κεφάλαιο 4, ορίζονται και εξετάζονται οι έννοιες της τυχαίας μεταβλητής και της κατανομής πιθανότητας.

Το κεφάλαιο 5 ασχολείται με τους ορισμούς μέτρων θέσης και απόκλισης που επιτρέπουν την σύνοψη των χαρακτηριστικών ενός πληθυσμού.

Στο κεφάλαιο 6, μελετώνται οι συναρτήσεις τυχαίων μεταβλητών και εισάγεται η έννοια της ανεξαρτησίας τυχαίων μεταβλητών και της δεσμευμένης κατανομής. Έμφαση δίνεται στην συνδιακύμανση και στην συσχέτιση δύο τυχαίων μεταβλητών.

Στά κεφάλαια 7 και 8, μελετώνται, αντίστοιχα, οι σημαντικότερες διακριτές και συνεχείς κατανομές, όπως επίσης και μοντέλα που οδηγούν σε αυτές αλλά και παραδείγματα χρησιμοποίησής τους.

Στο κεφάλαιο 9, μελετάται χωριστά η κανονική κατανομή λόγω του σημαντικού ρόλου που παίζει στην Στατιστική Συμπερασματολογία.

Το κεφάλαιο 10 αποτελεί την γέφυρα του πρώτου μέρους με το δεύτερο αφού σε αυτό ορίζεται η έννοια της δειγματικής κατανομής η οποία αποτελεί την βάση της Στατιστικής Συμπερασματολογίας και ορίζονται και μελετώνται οι σημαντικότερες δειγματικές κατανομές.

Το πρώτο μέρος κλείνει με το κεφάλαιο 11 που ασχολείται με τους τυχαίους αριθμούς και την προσομοίωση. Το κεφάλαιο αυτό περιελήφθη γιατί η προσομοίωση, μετά την μαζική χρήση υπολογιστών στην Στατιστική, αποτελεί απαραίτητο εργαλείο.

Το δεύτερο μέρος που αναφέρεται στην Στατιστική Συμπερασματολογία αρχίζει με το κεφάλαιο 12 στο οποίο αναπτύσσεται το πρόβλημα της εκτιμητικής και μελετάται η σημειακή εκτίμηση, όπως και μέθοδοι σημειακής εκτίμησης.

Το κεφάλαιο 13 εισάγει την εναλλακτική μορφή εκτίμησης μέσω των διαστημάτων εμπιστοσύνης και μελετά ιδιαίτερα την κατασκευή τέτοιων διαστημάτων για παραμέτρους ενός πληθυσμού.

Τα κεφάλαια 14, 15 και 16 ασχολούνται, αντίστοιχα, με την κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης για διαφορά μέσων τιμών κανονικών πληθυσμών, για αναλογίες και για διακυμάνσεις.

Στο κεφάλαιο 17, εισάγεται η εναλλακτική μορφή Στατιστικής Συμπερασματολογίας που στηρίζεται στους ελέγχους υποθέσεων.

Τα κεφάλαια 18, 19 και 20 αναφέρονται στους διάφορους εξειδικευμένους ελέγχους για μέσες τιμές, αναλογίες και διακυμάνσεις. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, για τους ελέγχους υποθέσεων, υπάρχουν από διαφορετικές σχολές της Στατιστικής διαφορετικές απόψεις. Στο βιβλίο αυτό, η παρουσίαση του προβλήματος ανταποκρίνεται περισσότερο στην προσέγγιση των Neyman-Pearson. Και στην περίπτωση αυτή, δηλαδή, όπως με τις διαφορετικές φιλοσοφικές προσεγγίσεις της Στατιστικής Συμπερασματολογίας, ακολουθείται αυτός ο τρόπος παρουσίασης μια και το βιβλίο αυτό είναι εισαγωγικό και γίνεται προσπάθεια να αποφευχθεί η παρουσίαση των διαφορετικών απόψεων που θα ήταν δυνατόν να δημιουργήσει σύγχυση στον αναγνώστη. Θα πρέπει επίσης να επισημανθεί ότι, όσον αφορά τους ελέγχους υποθέσεων, παρότι χρησιμοποιείται η συνήθης προσέγγιση της χρήσης της έννοιας του επιπέδου σημαντικότητας, παρουσιάζεται και δίνεται έμφαση στην έννοια της p -τιμής (παρατηρούμενο επίπεδο σημαντικότητας). Η προσέγγιση αυτή, που δεν ακολουθείται συνήθως στην ελληνική βιβλιογραφία, είναι η γενικά αποδεκτή σήμερα στην διεθνή βιβλιογραφία αφού, ακριβώς λόγω της χρησιμότητάς της, χρησιμοποιείται και από όλα τα στατιστικά πακέτα.

Στο κεφάλαιο 21, αναπτύσσεται η έννοια της ισχύος ενός ελέγχου.

Στο κεφάλαιο 22, με βάση όσα αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, γίνεται μία γενική θεώρηση των ελέγχων υποθέσεων, ώστε ο αναγνώστης να αντιληφθεί καλύτερα την χρησιμότητα και τα σημεία στα οποία θα πρέπει να δίνει προσοχή όταν χρησιμοποιεί τις μεθόδους αυτές.

Στο κεφάλαιο 23, γίνεται μια εισαγωγή στην μετα-ανάλυση. Το θέμα αυτό δεν παρουσιάζεται συνήθως στα ελληνικά εγχειρίδια Στατιστικής, αποτελεί όμως ένα πάρα πολύ χρήσιμο εργαλείο στις σύγχρονες εφαρμογές Στατιστικής, όπου υπάρχει πληθώρα διαθέσιμων δεδομένων.

Τέλος, στο κεφάλαιο 24 παρέχεται μια συνοπτική παρουσίαση της Μπεϋζιανής προσέγγισης στην Στατιστική Συμπερασματολογία, όπως επίσης και οι βασικές διαφορές της με την Κλασσική

Συμπερασματολογία. Το κεφάλαιο αυτό κρίθηκε απαραίτητο γιατί η Μπεϋζιανή προσέγγιση εφαρμόζεται όλο και περισσότερο σε πρακτικές εφαρμογές. (Ελπίζεται ότι μελλοντικά θα δοθεί η δυνατότητα στους συγγραφείς να παρουσιάσουν και τις άλλες προσεγγίσεις, όπως επίσης και μια κριτική σύγκρισή τους).

Στο τέλος κάθε μέρους του βιβλίου, δίνεται μία σειρά ασκήσεων που καλύπτει τα θέματα που έχουν ήδη αναπτυχθεί.

Η βιβλιογραφία δίνει τις σημαντικότερες πηγές, στα ελληνικά και αγγλικά, στις οποίες μπορεί να προστρέξει ο αναγνώστης αν θέλει να εμβαθύνει περισσότερο στα θέματα που αναπτύσσονται στο βιβλίο, ενώ το παράρτημα περιέχει όλους τους πίνακες που είναι απαραίτητοι για την εφαρμογή των μεθόδων που αναπτύσσονται στο βιβλίο.

Ένα χαρακτηριστικό του βιβλίου είναι ότι, για όλους τους στατιστικούς όρους των οποίων γίνεται χρήση, δίνεται και ο αντίστοιχος αγγλικός όρος, ώστε ο αναγνώστης που ενδιαφέρεται να ανατρέξει στην αγγλική βιβλιογραφία να μπορεί να το κάνει με ευχέρεια.

Στο βιβλίο δίνεται έμφαση στα παραδείγματα. Τα παραδείγματα δεν είναι μόνο αριθμητικά, αλλά πολλά από αυτά έχουν αντληθεί από την διεθνή βιβλιογραφία και αναφέρονται σε πραγματικά περιστατικά. Η πείρα των συγγραφέων έχει δείξει ότι τα παραδείγματα -και κυρίως αυτά που προέρχονται από την καθημερινή ζωή- επιτρέπουν στον φοιτητή την καλύτερη κατανόηση στατιστικών εννοιών που πολλές φορές, χωρίς το κατάλληλο παράδειγμα, φαίνονται δυσνόητες.

Μια άλλη καινοτομία του βιβλίου είναι ότι, όπως και στον πρώτο τόμο, παρουσιάζονται αριθμητικά παραδείγματα που λύνονται με τα πιο γνωστά στατιστικά πακέτα (Minitab, SPSS και Statgraphics). Έτσι, ο φοιτητής διευκολύνεται και εξασκείται στην χρήση των πακέτων αυτών που αποτελούν σήμερα αναπόσπαστο εργαλείο της στατιστικής ανάλυσης δεδομένων.

Η δομή του βιβλίου επιτρέπει την χρήση του ως διδακτικού βοηθήματος για διαφορετικά προγράμματα σπουδών και διαφορετικά ακροατήρια. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως το κύριο βοήθημα ενός ή

δύο εξαμηνιαίων μαθημάτων για φοιτητές οι οποίοι, ενδεχομένως, δεν θα παρακολουθήσουν άλλα μαθήματα Στατιστικής. Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί ως βάση για δύο εξαμηνιαία μαθήματα, ένα από τα οποία θα δίνει έμφαση στις Πιθανότητες, ενώ το άλλο θα αναφέρεται στην Στατιστική Συμπερασματολογία. Είναι τέλος κατάλληλο για να χρησιμοποιηθεί ως βοήθημα για ένα βασικό μάθημα Στατιστικής Συμπερασματολογίας (Εκτιμητικής και Ελέγχου Υποθέσεων) για φοιτητές που έχουν ήδη παρακολουθήσει ένα μάθημα Πιθανοτήτων με την χρήση του δευτέρου μόνο μέρους του βιβλίου.

Στην περίπτωση που το βιβλίο χρησιμοποιηθεί για ένα μόνο εξαμηνιαίο μάθημα, ο διδάσκων θα μπορούσε από το πρώτο μέρος να αναφερθεί μόνο στην Θεωρία Πιθανοτήτων κατά Kolmogorov από το κεφάλαιο 2, να αναφερθεί περιληπτικά μόνο στο κεφάλαιο 3, να δώσει τις βασικές έννοιες των κεφαλαίων 4, 5 και 6, να αναφερθεί μόνο στις κατανομές διωνυμική και Poisson από το κεφάλαιο 7, να παραλείψει το κεφάλαιο 8, να αναφερθεί στην προσεγγιστική χρήση της κανονικής κατανομής από το κεφάλαιο 9 και να παρουσιάσει το κεφάλαιο 10. Από το δεύτερο μέρος και το κεφάλαιο 12, μπορεί να αναφερθεί μόνο στο πρόβλημα της εκτιμητικής, να επισημάνει την διαφορά της σημειακής εκτίμησης από αυτή που στηρίζεται στα διαστήματα εμπιστοσύνης (να παραλείψει, δηλαδή, ουσιαστικά το κεφάλαιο 12) και να παρουσιάσει περιληπτικά τα κεφάλαια 13, 14, 15 και 16 για τις διάφορες περιπτώσεις κατασκευής διαστημάτων εμπιστοσύνης. Το ίδιο μπορεί να γίνει με τα κεφάλαια 17, 18, 19 και 20. Τα κεφάλαια 21, 22, 23 και 24 μπορούν να παραληφθούν.

Όσο αφορά τον επιστημονικό προσανατολισμό των αναγνωστών και των χρηστών, το βιβλίο είναι κατάλληλο τόσο για φοιτητές που σπουδάζουν Οικονομικά ή Διοίκηση Επιχειρήσεων όσο και για φοιτητές που σπουδάζουν άλλες επιστήμες που χρησιμοποιούν την Στατιστική. Είναι όμως εξίσου κατάλληλο και για φοιτητές των οποίων το αντικείμενο των σπουδών είναι η Στατιστική. Αυτό οφείλεται στο ότι το βιβλίο καλύπτει σχεδόν όλα τα θέματα που αναφέρονται σε Πιθανότητες και Στατιστική Συμπερασματολογία και σε διάφορο βαθμό δυσκολίας. Έτσι, μπορεί κανείς, παραλείποντας ή διδάσκοντας ορισμένες ενότητες, να προσαρμόσει το βιβλίο στις

ανάγκες του ακροατηρίου. Μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί από μεταπτυχιακούς φοιτητές, οι οποίοι χρησιμοποιούν ή/και μελετούν τις Πιθανότητες και την Στατιστική στις σπουδές τους, αλλά ακόμα και από μεταπτυχιακούς φοιτητές επαγγελματικών προγραμμάτων Στατιστικής. Τέλος, οι συγγραφείς πιστεύουν ότι το βιβλίο αυτό μπορεί να είναι χρήσιμο και ευχάριστο για οποιονδήποτε ενδιαφέρεται για την επιστημονική περιοχή των Πιθανοτήτων και της Στατιστικής, ανεξάρτητα από το αν σπουδάζει, χρησιμοποιεί, ή απλώς μελετά τα αντικείμενα αυτά.

Το βιβλίο αυτό, μέχρις ότου πάρει την σημερινή του μορφή, κυκλοφόρησε και χρησιμοποιήθηκε με διάφορες μορφές και στις διάφορες εκδόσεις του, επί δέκα χρόνια τόσο από φοιτητές του Τμήματος Στατιστικής, όσο και από φοιτητές άλλων τμημάτων του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών. Προηγουμένως, χρησιμοποιήθηκε από φοιτητές άλλων Πανεπιστημίων στην Ελλάδα και το εξωτερικό. Στο διάστημα που πέρασε και στις δέκα, τουλάχιστον, εκδόσεις του, έγιναν πολλές αλλαγές, διορθώσεις και προσαρμογές. Οι συγγραφείς θα ήθελαν να ευχαριστήσουν όλους εκείνους, συναδέλφους τους και φοιτητές, στην Ελλάδα και το εξωτερικό, που με τις υποδείξεις τους, συνετέλεσαν στην βελτίωση της παρουσίασης των εννοιών. Ιδιαίτερα, ευχαριστούν τα μέλη ΔΕΠ του Τμήματος Στατιστικής Αικ. Δημάκη, Π. Πανόπουλο και Σ. Ψαράκη, την Βοηθό του Τμήματος Μ. Αϋφαντή και τους υποψήφιους διδάκτορες Π. Μαραβελάκη και Μ. Περάκη για τις εύστοχες υποδείξεις και παρατηρήσεις τους. Ευχαριστούν επίσης την Κική Χατζηπαναγιώτου και την Πόπη Καϊνού για την δακτυλογράφηση και την επιμέλεια του κειμένου και τον Βίκτωρα Πανάρετο για τον σχεδιασμό του εξωφύλλου και του εικονιζόμενου σ' αυτό σχήματος με την χρήση του πακέτου Mathematica (γραφική παράσταση της συνάρτησης $\eta\mu(x+\eta\mu y)$, $x \in [-3, 3]$, $y \in [-3, 3]$).

Αθήνα, Ιανουάριος 2000